

Уравнения (1) зависят только от тензоров Кириченко, то есть только от АН-структуры на многообразии  $M^{2n}$ , и никак не зависят от того, обращается в нуль или нет компонента  $\sigma_{nn}$ . Иначе, почти контактная метрическая структура на 1-гиперповерхности в почти келеровом многообразии  $M^{2n}$  идентична почти контактной метрической структуре на вполне геодезической гиперповерхности в  $M^{2n}$ . Таким образом, получаем наш основной результат.

**Теорема 2.** *В АК-многообразии почти контактные метрические структуры на гиперповерхности с типовым числом 0 и на гиперповерхности с типовым числом 1 являются идентичными.*

## Литература

1. Кириченко В. Ф. *Дифференциально-геометрические структуры на многообразиях* – Одесса: Печатный дом, 2013.
2. Банару М. Б. *О почти контактных метрических 1-гиперповерхностях келеровых многообразий* // Сиб. матем. журн. – 2014. – Т. 55. – №4. – С. 719–723.
3. Банару М. Б. *Почти контактные метрические гиперповерхности с типовым числом 1 или 0 в приближенно келеровых многообразиях* // Вестник Московского университета. Сер.1. Математика. Механика. – 2014. – №3, – С. 60–62.
4. Кириченко В. Ф., Банару М. Б., *Почти контактные метрические структуры на гиперповерхностях почти эрмитовых многообразий* // Итоги науки и техники. Современная математика и её приложения. Тематические обзоры. – 2014. – Т. 127. – С. 5–40.

## ON ALMOST CONTACT METRIC HYPERSURFACES WITH SMALL TYPE NUMBERS IN AK-MANIFOLDS

M.B. Banaru

*It is proved that in an AK-manifold, the almost contact metric structures on a hypersurface with type number 1 and on a hypersurface with type number 0 are identical.*

**Keywords:** almost contact metric structure, type number, hypersurface, AK-manifold.

УДК 514.75

## ОБ АНАЛОГЕ СВЯЗНОСТИ НЕЙФЕЛЬДА В ПРОСТРАНСТВЕ ЦЕНТРИРОВАННЫХ ПЛОСКОСТЕЙ

О.О. Белова<sup>1</sup>

<sup>1</sup> [olgaobelova@mail.ru](mailto:olgaobelova@mail.ru); Балтийский федеральный университет имени И. Канта

*В многомерном проективном пространстве рассмотрено пространство центрированных плоскостей. Рассмотрены два случая задания аналога связности Нейфельда в главном расслоении. Доказано, что аналог сильной нормализации Нордена индуцирует данную связность.*

**Ключевые слова:** Проективное пространство, пространство центрированных плоскостей, нормализация Нордена, связность Нейфельда.

Отнесем  $n$ -мерное проективное пространство  $P_n$  к подвижному реперу  $\{A, A_I\}$ , инфинитезимальные перемещения которого определяются формулами

$$dA = \theta A + \omega^I A_I, \quad dA_I = \theta A_I + \omega_I^J A_J + \omega_I A, \quad (I, \dots = \overline{1, n})$$

где  $d$  — символ обычного дифференцирования в пространстве  $P_n$ , а формы Пфаффа  $\omega^I, \omega_I^J, \omega_I$  удовлетворяют структурным уравнениям Картана проективной группы  $GP(n)$

$$D\omega^I = \omega^J \wedge \omega_J^I, \quad D\omega_J^I = \omega_J^K \wedge \omega_K^I + \delta_J^I \omega_K \wedge \omega^K + \omega_J \wedge \omega^I, \quad D\omega_I = \omega_I^J \wedge \omega_J.$$

Здесь  $D$  — символ внешнего дифференцирования.

В пространстве  $P_n$  рассмотрим пространство  $\Pi$  всех центрированных  $m$ -плоскостей. Произведем специализацию подвижного репера  $\{A, A_a, A_\alpha\}$ : вершину  $A$  поместим в центр  $m$ -мерной плоскости, а вершины  $A_a$  — на центрированную плоскость  $L_m^*$ .

1. Случай, когда базисно-слоевыми формами являются формы  $\Omega_a^\alpha = \omega_a^\alpha$ .

Базисные формы пространства  $\Pi$  удовлетворяют вытекающим из структурных уравнений Картана уравнениям

$$D\omega^\alpha = \omega^a \wedge \Omega_a^\alpha + \omega^\beta \wedge \Omega_\beta^\alpha, \quad D\omega^a = \omega^b \wedge \Omega_b^a + \omega^\alpha \wedge \Omega_\alpha^a,$$

$$D\omega_a^\alpha = \omega_b^\beta \wedge \Omega_{\beta a}^{\alpha b} + \omega^\alpha \wedge \Omega_a,$$

где  $\Omega_a^\alpha = \omega_a^\alpha, \Omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\alpha, \Omega_b^a = \omega_b^a, \Omega_\alpha^a = \omega_\alpha^a, \Omega_a = -\omega_a, \Omega_{\beta a}^{\alpha b} = \delta_a^b \omega_\beta^\alpha - \delta_\beta^a \omega_\alpha^b$ .

Находим внешние дифференциалы от форм  $\Omega$

$$D\Omega_a^\alpha = \Omega_b^\beta \wedge \Omega_{\beta a}^{\alpha b} + \omega^\alpha \wedge \Omega_a, \quad D\Omega_\beta^\alpha = \Omega_\gamma^\gamma \wedge \Omega_\gamma^\alpha + \omega^\gamma \wedge \Omega_{\beta\gamma}^\alpha + \omega^a \wedge \Omega_{\beta a}^\alpha - \omega_a^\alpha \wedge \Omega_\beta,$$

$$D\Omega_b^a = \Omega_c^c \wedge \Omega_c^a + \omega^\alpha \wedge \Omega_{b\alpha}^a + \omega^c \wedge \Omega_{bc}^a + \omega_b^\alpha \wedge \Omega_\alpha^a, \quad D\Omega_\alpha^a = -\Omega_\beta^b \wedge \Omega_{\alpha b}^{\beta a} + \omega^a \wedge \Omega_\alpha,$$

$$D\Omega_a = \Omega_b^b \wedge \Omega_b + \omega_a^\alpha \wedge \Omega_\alpha,$$

где  $\Omega_{\beta\gamma}^\alpha = -\delta_\beta^\alpha \omega_\gamma - \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta, \Omega_{\beta a}^\alpha = \delta_\beta^\alpha \Omega_a, \Omega_{bc}^a = -\delta_b^a \omega_c - \delta_c^a \omega_b, \Omega_{b\alpha}^a = -\delta_b^a \omega_\alpha, \Omega_\alpha = -\omega_\alpha$ .

Над пространством центрированных плоскостей  $\Pi$  возникает главное расслоение  $\mathcal{L}(\Pi)$ , типовым слоем которого является группа Ли  $\mathcal{L}$ , действующая в касательном пространстве к  $\Pi$ . В расслоении  $\mathcal{L}(\Pi)$  зададим аналог связности Нейфельда способом Лаптева–Лумисте. Вводя новые формы

$$\tilde{\Omega}_a^\alpha = \Omega_a^\alpha - \Gamma_{a\beta}^\alpha \omega^\beta - \Gamma_{ab}^\alpha \omega^b - L_{a\beta}^{\alpha b} \omega_b^\beta, \quad \tilde{\Omega}_\beta^\alpha = \Omega_\beta^\alpha - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \omega^\gamma - \Gamma_{\beta a}^\alpha \omega^a - L_{\beta\gamma}^{\alpha a} \omega_\gamma^a,$$

$$\tilde{\Omega}_b^a = \Omega_b^a - \Gamma_{b\alpha}^a \omega^\alpha - \Gamma_{bc}^a \omega^c - L_{b\alpha}^{ac} \omega_\alpha^c, \quad \tilde{\Omega}_\alpha^a = \Omega_\alpha^a - \Gamma_{\alpha\beta}^a \omega^\beta - \Gamma_{\alpha b}^a \omega^b - L_{\alpha\beta}^{ab} \omega_b^\beta,$$

$$\tilde{\Omega}_a = \Omega_a - L_{a\alpha} \omega^\alpha - L_{ab} \omega^b - \Pi_{a\alpha}^b \omega_b^\alpha,$$

и находя их дифференциалы, получаем, что связность в главном расслоении  $\mathcal{L}(\Pi)$  задается на базе  $\Pi$  с помощью поля объекта связности

$$\Gamma_1 = \{\Gamma_{a\beta}^\alpha, \Gamma_{ab}^\alpha, L_{a\beta}^{\alpha b}, \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha, \Gamma_{\beta a}^\alpha, L_{\beta\gamma}^{\alpha a}, \Gamma_{b\alpha}^a, \Gamma_{bc}^a, L_{b\alpha}^{ac}, \Gamma_{\alpha\beta}^a, \Gamma_{\alpha b}^a, L_{\alpha\beta}^{ab}, L_{a\alpha}, L_{ab}, \Pi_{a\alpha}^b\}.$$

Аналог сильной нормализации Нордена данного многообразия позволяет охватить компоненты объекта связности  $\Gamma_1$

$$\begin{aligned}\Gamma_{a\beta}^\alpha &= -\delta_\beta^\alpha \lambda_a, \quad \Gamma_{ab}^\alpha = 0, \quad L_{a\beta}^{\alpha b} = 0, \\ L_{\beta\gamma}^{\alpha a} &= -\delta_\gamma^\alpha \lambda_\beta^a, \quad \Gamma_{\beta a}^\alpha = -\delta_\beta^\alpha \lambda_a, \quad \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = -\delta_\gamma^\alpha \lambda_\beta - \delta_\beta^\alpha \mu_\gamma, \\ L_{b\alpha}^{ac} &= \delta_b^c \lambda_\alpha^a, \quad \Gamma_{bc}^a = -\delta_b^a \lambda_c - \delta_c^a \lambda_b, \quad \Gamma_{b\alpha}^a = -\delta_b^a \mu_\alpha + \lambda_\alpha^a \lambda_b, \\ L_{\alpha\beta}^{ab} &= -\lambda_\alpha^b \lambda_\beta^a, \quad \Gamma_{\alpha b}^a = -\delta_b^a \mu_\alpha, \quad \Gamma_{\alpha\beta}^a = -\lambda_b \lambda_\alpha^b \lambda_\beta^a, \\ \Pi_{a\alpha}^b &= -\delta_a^b \lambda_\alpha, \quad L_{ab} = \lambda_a \lambda_b, \quad L_{a\alpha} = -\lambda_a \lambda_b \lambda_\alpha^b,\end{aligned}$$

где  $\mu_\alpha = \lambda_\alpha - \lambda_\alpha^a \lambda_a$ .

2. Случай, когда базисно-слоевыми формами являются формы  $\Omega^a = -\omega^a$ .

Базисные формы пространства  $\Pi$  удовлетворяют вытекающим из структурных уравнений Картана уравнениям

$$D\omega^\alpha = \omega_a^\alpha \wedge \Omega^a + \omega^\beta \wedge \Omega_\beta^\alpha, \quad D\omega^a = \omega^b \wedge \Omega_b^a + \omega^\alpha \wedge \Omega_\alpha^a,$$

$$D\omega_a^\alpha = \omega_b^\beta \wedge \Omega_{\beta a}^{\alpha b} + \omega^\alpha \wedge \Omega_a,$$

где  $\Omega^a = -\omega^a$ ,  $\Omega_\beta^\alpha = \omega_\beta^\alpha$ ,  $\Omega_b^a = \omega_b^a$ ,  $\Omega_\alpha^a = \omega_\alpha^a$ ,  $\Omega_a = -\omega_a$ ,  $\Omega_{\beta a}^{\alpha b} = \delta_a^b \omega_\beta^\alpha - \delta_\beta^a \omega_a^\alpha$ .

Находим внешние дифференциалы от форм  $\Omega$

$$D\Omega^a = \Omega^b \wedge \Omega_b^a - \omega^\alpha \wedge \Omega_\alpha^a, \quad D\Omega_\beta^\alpha = \Omega_\beta^\gamma \wedge \Omega_\gamma^\alpha + \omega^\gamma \wedge \Omega_{\beta\gamma}^\alpha + \omega^a \wedge \Omega_{\beta a}^\alpha - \omega_a^\alpha \wedge \Omega_\beta^a,$$

$$D\Omega_b^a = \Omega_b^c \wedge \Omega_c^a + \omega^\alpha \wedge \Omega_{b\alpha}^a + \omega^c \wedge \Omega_{bc}^a + \omega_b^\alpha \wedge \Omega_\alpha^a, \quad D\Omega_\alpha^a = -\Omega_\beta^b \wedge \Omega_{\alpha b}^{ba} + \omega^a \wedge \Omega_\alpha,$$

$$D\Omega_a = \Omega_a^b \wedge \Omega_b + \omega_a^\alpha \wedge \Omega_\alpha,$$

где  $\Omega_{\beta\gamma}^\alpha = -\delta_\beta^\alpha \omega_\gamma - \delta_\gamma^\alpha \omega_\beta$ ,  $\Omega_{\beta a}^\alpha = \delta_\beta^\alpha \Omega_a$ ,  $\Omega_{bc}^a = -\delta_b^a \omega_c - \delta_c^a \omega_b$ ,  $\Omega_{b\alpha}^a = -\delta_b^a \omega_\alpha$ ,  $\Omega_\alpha = -\omega_\alpha$ .

Над пространством централизованных плоскостей  $\Pi$  возникает главное расслоение  $\mathfrak{L}(\Pi)$ , типовым слоем которого является группа Ли  $\mathfrak{L}$ , действующая в касательном пространстве к  $\Pi$ . В расслоении  $\mathfrak{L}(\Pi)$  зададим аналог связности Нейфельда способом Лаптева — Лумисте. Вводя новые формы

$$\tilde{\Omega}^a = \Omega^a - \bar{\Gamma}_\alpha^a \omega^\alpha - \bar{\Gamma}_b^a \omega^b - \bar{L}_\alpha^{ab} \omega_b^\alpha, \quad \tilde{\Omega}_\beta^\alpha = \Omega_\beta^\alpha - \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \omega^\gamma - \Gamma_{\beta a}^\alpha \omega^a - L_{\beta\gamma}^{\alpha a} \omega_a^\gamma,$$

$$\tilde{\Omega}_b^a = \Omega_b^a - \Gamma_{b\alpha}^a \omega^\alpha - \Gamma_{bc}^a \omega^c - L_{b\alpha}^{ac} \omega_c^\alpha, \quad \tilde{\Omega}_\alpha^a = \Omega_\alpha^a - \Gamma_{\alpha\beta}^a \omega^\beta - \Gamma_{\alpha b}^a \omega^b - L_{\alpha\beta}^{ab} \omega_b^\beta,$$

$$\tilde{\Omega}_a = \Omega_a - L_{a\alpha} \omega^\alpha - L_{ab} \omega^b - \Pi_{a\alpha}^b \omega_b^\alpha,$$

и находя их дифференциалы, получаем, что связность в главном расслоении  $\mathfrak{L}(\Pi)$  задается на базе  $\Pi$  с помощью поля объекта связности

$$\Gamma_2 = \{\bar{\Gamma}_\alpha^a, \bar{\Gamma}_{ab}^\alpha, \bar{L}_{\alpha\beta}^{ab}, \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha, \Gamma_{\beta a}^\alpha, L_{\beta\gamma}^{\alpha a}, \Gamma_{b\alpha}^a, \Gamma_{bc}^a, L_{b\alpha}^{ac}, \Gamma_{\alpha\beta}^a, \Gamma_{\alpha b}^a, L_{\alpha\beta}^{ab}, L_{a\alpha}, L_{ab}, \Pi_{a\alpha}^b\}.$$

Аналог сильной нормализации Нордена данного многообразия позволяет охватить компоненты объекта связности  $\Gamma_2$

$$\begin{aligned}\bar{\Gamma}_\alpha^a &= -\lambda_\alpha^a, \quad \bar{\Gamma}_{ab}^\alpha = 0, \quad \bar{L}_{a\beta}^{\alpha b} = 0, \\ L_{\beta\gamma}^{\alpha a} &= -\delta_\gamma^\alpha \lambda_\beta^a, \quad \Gamma_{\beta a}^\alpha = -\delta_\beta^\alpha \lambda_a, \quad \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha = -\delta_\gamma^\alpha \lambda_\beta - \delta_\beta^\alpha \mu_\gamma, \\ L_{b\alpha}^{ac} &= \delta_b^c \lambda_\alpha^a, \quad \Gamma_{bc}^a = -\delta_b^a \lambda_c - \delta_c^a \lambda_b, \quad \Gamma_{ba}^a = -\delta_b^a \mu_\alpha + \lambda_\alpha^a \lambda_b, \\ L_{\alpha\beta}^{ab} &= -\lambda_\alpha^b \lambda_\beta^a, \quad \Gamma_{\alpha b}^a = -\delta_b^a \mu_\alpha, \quad \Gamma_{\alpha\beta}^a = -\lambda_b \lambda_\alpha^b \lambda_\beta^a, \\ \Pi_{a\alpha}^b &= -\delta_a^b \lambda_\alpha, \quad L_{ab} = \lambda_a \lambda_b, \quad L_{a\alpha} = -\lambda_a \lambda_b \lambda_\alpha^b,\end{aligned}$$

где  $\mu_\alpha = \lambda_\alpha - \lambda_\alpha^a \lambda_a$ .

**Теорема.** Аналог сильной нормализации пространства центрированных плоскостей индуцирует аналог связности Нейфельда в ассоциированном расслоении  $\mathfrak{L}(\Pi)$ .

ABOUT AN ANALOGUE OF NEIFELD'S CONNECTION ON THE SPACE OF CENTRED PLANES

O.O. Belova

Space  $\Pi$  of centred  $m$ -planes is considered in the projective space  $P_n$ . Two cases for the giving an analogue of Neifeld's connection in the principal fiber bundle are considered. It is proved that the analogue of the Norden strong normalization of the space of centred planes induces this connection.

**Keywords:** Projective space, space of centred planes, the Norden normalization, Neifeld's connection.

УДК 517.53:517.57

## ОБ ОДНОЙ ЭКСТРЕМАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ СУММИРУЕМЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Х.Х. Бурчаев<sup>1</sup>, Г.Ю. Рябых<sup>2</sup>

<sup>1</sup> bekhan.burchaev@gmail.com; Чеченский государственный университет

<sup>2</sup> ryabich@aaanet.ru; Донской государственный технический университет

Изучаются свойства линейных функционалов над пространствами Бергмана и Харди, образованных функциями липшицева класса.

**Ключевые слова:** Пространства Бергмана, экстремальная функция.

Пусть  $D = \{|z| < 1\}$ ,  $d\sigma$  – плоская мера Лебега;  $0 < p \leq \infty$ ,  $A_p$  – подпространства пространств  $L_p(D)$ , образованные функциями, аналитическими в  $D$  (Бергман);  $l_\omega$  – линейный функционал над  $A_p$ , образованный функцией  $\omega \in A_\infty$ , т.е.

$$l_\omega \in (A_p)^* : l_\omega(f) = \frac{1}{\pi} \int_D f \bar{\omega} d\sigma, \quad f \in A_p.$$

Функцию  $F \in A_p$  называем экстремальной для  $l_\omega$ , если  $l_\omega(F) = \|l_\omega\|$  и  $\|F\|_{A_p} = 1$ . Для  $\alpha : 0 < \alpha < 1$  положим:  $\Lambda_\alpha = A_\infty \cap Lip(\alpha, T = \partial D)$ . Через  $h$  обозначаем внешнюю функцию,  $B$  – произведение Бляшке [1].

**Теорема 1.** Пусть  $1 \leq p < \infty$  и  $\omega \in \Lambda_\alpha$ . Тогда  $F = Bh$ . При этом  $|h|^p \in Lip(\alpha, T)$ .